Fyzikální sekce přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

Fyzikální praktikum 3

Zpracoval: Jakub Juránek **Naměřeno:** 27. březen 2013

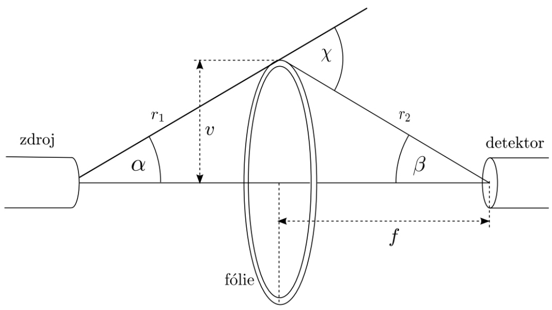
Obor: UF **Ročník:** II **Semestr:** IV **Testováno:**

Úloha č. **8:** Rutherfordův experiment

1. Teorie

1.1. Rutherfordův rozptyl

Princip Rutherfordova experimentu spočívá v měření rozptylu α-částic na velmi hmotných atomech, například zlata. Pokud se α-částice dostane blízko k atomovému jádru, je odpuzováno jeho kladným nábojem, což má za následek její odklon o úhel χ.
Podrobněji můžeme Ruthefordův popis rozptylu najít v návodě, proto ho zde neuvádíme. Naším úkolem bude ověřit, zda tento popis platí. Použijeme následující uspořádání aparatury:



Obrázek 1: Experimentální uspořádání aparatury.

Má-li tento popis platit, musí počet n detekovaných α-částic za jednotku času splňovat rovnici

$$n = K\frac{\cos\alpha\cos\beta}{r_1^2 r_2^2 \sin^4\frac{\chi}{2}}, \tag{1}$$

kde K je konstanta dána experimentem, ostatní veličiny jsou patrné z obrázku 1.
Označíme-li

$$x = \frac{\cos\alpha\cos\beta}{r_1^2 r_2^2 \sin^4\frac{\chi}{2}},$$

kde x je kombinace měřitelných či dopočítatelných veličin, bude naším úkolem ověřit, zda platí vztah

$$n = Kx, \tag{2}$$

přičemž nás ani tak nezajímá samotná hodnota K, ale její nejistota, pro lepší názornost ta relativní.

1.2. Poissonovo rozdělení

Zdroj α-částic využívá radioaktivního rozpadu, což je náhodný proces.
Jestliže k rozpadům nedochází příliš často, bude pravděpodobnost zaznamenání vylétajících α-částic v určitém časovém intervalu odpovídat Poissonovu rozdělení

$$P(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}, \tag{3}$$

kde $P(n)$ je pravděpodobnost, že dojde k n rozpadům (resp. zachycení n α-částic) a λ je střední hodnota počtu zaznamenaných rozpadů (částic) během měřícího intervalu. Zda toto rozdělení platí, ověříme na dlouhém časovém intervalu pro fólii v poloze, v níž detekujeme nejvíce α-částic, kterou si určíme z předchozího měření, a užijeme tomu χ^2 test.
Stanovíme tedy hodnotu

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(K_j(n) - NP_j(n))^2}{NP_j(n)}, \tag{4}$$

kde $K_j(n)$ je počet úseků s n zaznamenanými α-částicemi, N počet zvolených úseků, na které jsme rozdělili původní dlouhý časový interval, a $P_j(n)$ teoretická hodnota odpovídající Poissonovu rozdělení. Má-li dané rozvržení platit, musí být hodnota χ^2 menší než hodnota kritická pro daný stupeň volnosti a zvolenou hladinu spolehlivosti. Dodejme je, že stupněm volnosti rozumíme počet intervalů $K_j - 1$. Podrobný popis χ^2 testu, zejména podmínky jeho použití a důvody slučování bodů, najdeme opět v návodu, proto je zde celý nepřepisujeme.

2. Měření

2.1. Rutherfordův rozptyl

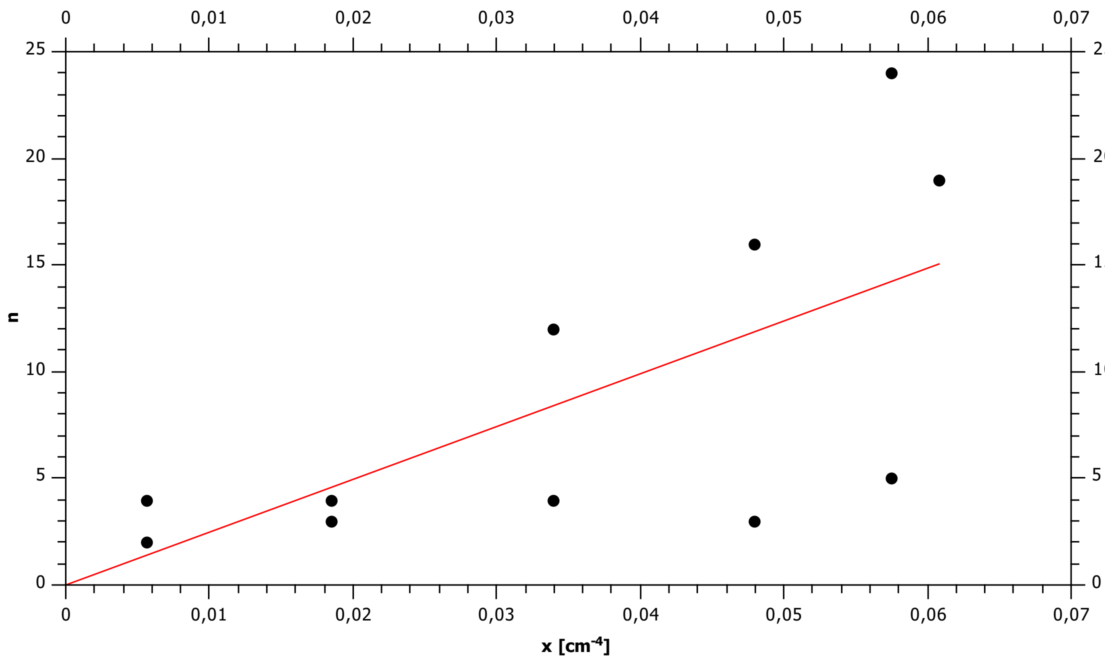
Označme l vzdálenost fólie od detektoru. Pro parametry experimentu pak platí:

$$\begin{aligned} v &= 2\ \mathrm{cm} \\ r_1 &= \sqrt{l^2 + v^2} \\ r_2 &= \sqrt{f^2 + v^2} \\ \cos\alpha &= \tfrac{l}{r_1} \\ \cos\beta &= \tfrac{f}{r_2} \\ \chi &= \alpha + \beta \end{aligned}$$

Budeme měnit polohu fólie a zaznamenáme si, kolik α-částic dopadne na detektor za jednu minutu. Pro každou polohu pak dopočteme hodnotu x.

f[cm]	n[min^{-1}]	x[cm^{-4}]
22	4	0,0056
20	4	0,0185
18	12	0,0339
16	16	0,0479
14	24	0,0574
12	19	0,0608
10	5	0,0574
8	3	0,0479
6	4	0,0339
4	3	0,0185
2	2	0,0056

Nyní vyneseme do grafu závislost počtu detekovaných částic na x a proložíme to přímkou dle vztahu 2.



Obrázek 2: Závislost počtu detekovaných částic na x.

Z proložené přímky dostáváme, že

$$K = (248 \pm 43)\ \text{cm}^4\ \text{min}^{-1}$$

Relativní nejistota $r(K) = 18$ %, což je přiměřené tomu, že radioaktivní rozpad je náhodný proces a máme velmi málo naměřených hodnot. Nemůžeme tedy sice úplně potvrdit, zda daný vztah, a tedy i popis, platí, ale rozhodně to nemůžeme vyloučit.

2.2. Poissonovo rozdělení

Fólii dáme do polohy, kde očekáváme nejvíc zaznamenaných částic, což z předchozího měření bude

$$f_{\text{max}} = 14\ \text{cm}$$

Provedeme čtyři měření, přičemž za časový úsek zvolíme 60 s.

úsek měření	n_1	n_2	n_3	n_4
0 – 60 s	12	10	22	16
60 – 120 s	7	12	14	20
120 – 180 s	8	5	12	19
180 – 240 s	9	19	15	8
240 – 300 s	5	20	10	9
300 – 360 s	8	14	7	9
360 – 420 s	14	17	8	12
420 – 480 s	7	15	13	3
480 – 540 s	16	11	12	8
540 – 600 s	13	12	15	5

Počet zvolených úseků je

$$N = 40$$

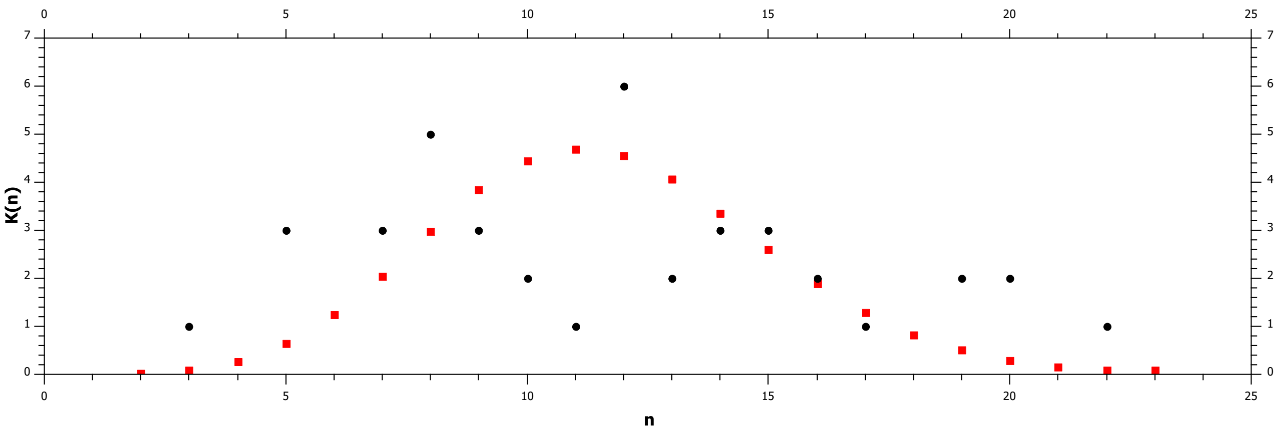
Střední hodnota počtu zaznamenaných částic je

$$\lambda = 11{,}6$$

Nyní sestavíme tabulku počtu úseků s n naměřenými částicemi.

n	$K(n)$	$P(n)$
0	0	0,0000
1	0	0,0001
2	0	0,0006
3	1	0,0024
4	0	0,0069
5	3	0,0160
6	0	0,0309
7	3	0,0512
8	5	0,0743
9	3	0,0958
10	2	0,1113
11	1	0,1174
12	6	0,1136
13	2	0,1015
14	3	0,0842
15	3	0,0651
16	2	0,0473
17	1	0,0323
18	0	0,0208
19	2	0,0127
20	2	0,0074
21	0	0,0041
22	1	0,0022
23+	0	0,0020

Vynesme tuto závislost do grafu a porovnejme s teoretickou závislostí Poissonova rozdělení.



Obrázek 3: Závislost počtu úseků s n naměřenými částicemi na n.

Provedeme sloučení úseků, abychom mohli užít χ^2 test.

n	$K_j(n)$	$P_j(n)$
$0-8$	12	0,1823
9,10	5	0,2071
11,12	7	0,2311
13,14	5	0,1856
15+	11	0,1939

Spočteme-li χ^2, dostaneme

$$\chi^2 = 7{,}037$$

Máme 4 stupně volnosti a z tabulky kritických hodnot vidíme, že je naše hodnota χ^2 menší pro hladinu spolehlivosti 0,05 i 0,01.

χ^2 test nám tedy říká, že nemůžeme hypotézu Poissonova rozdělení pro zaznamenávané α-částice vyloučit.

3. Závěr

V první části jsme se pokusili dokázat, že rozptyl v Ruthefordově experimentu platí Ruthefordův vzorec. Po proložení dokazovanou závislostí jsme konstantu danou experimentem mohli určit s relativní nejistotou 18 %, čímž jsme její platnost sice nepotvrdili, ale můžeme říci, že je pravděpodobná.

V druhé části jsme χ^2 testem dokazovali Poissonovo rozdělení pro zaznamenávané α-částice. Zde jsme dostali, že tuto hypotézu, pro hladinu spolehlivosti 0,05 i 0,01, zamítnout nemůžeme.